

PACKET ERROR PROBABILITY IN TRANSMISSION SCHEME WITH THREE-COPY MAJORITY COMBINING

Vladimir Vuković, Nacionalna služba za zapošljavanje, Beograd

Grozdan Petrović, Elektrotehnički fakultet, Beograd

Ljiljana Trajković, Simon Fraser University, Vancouver

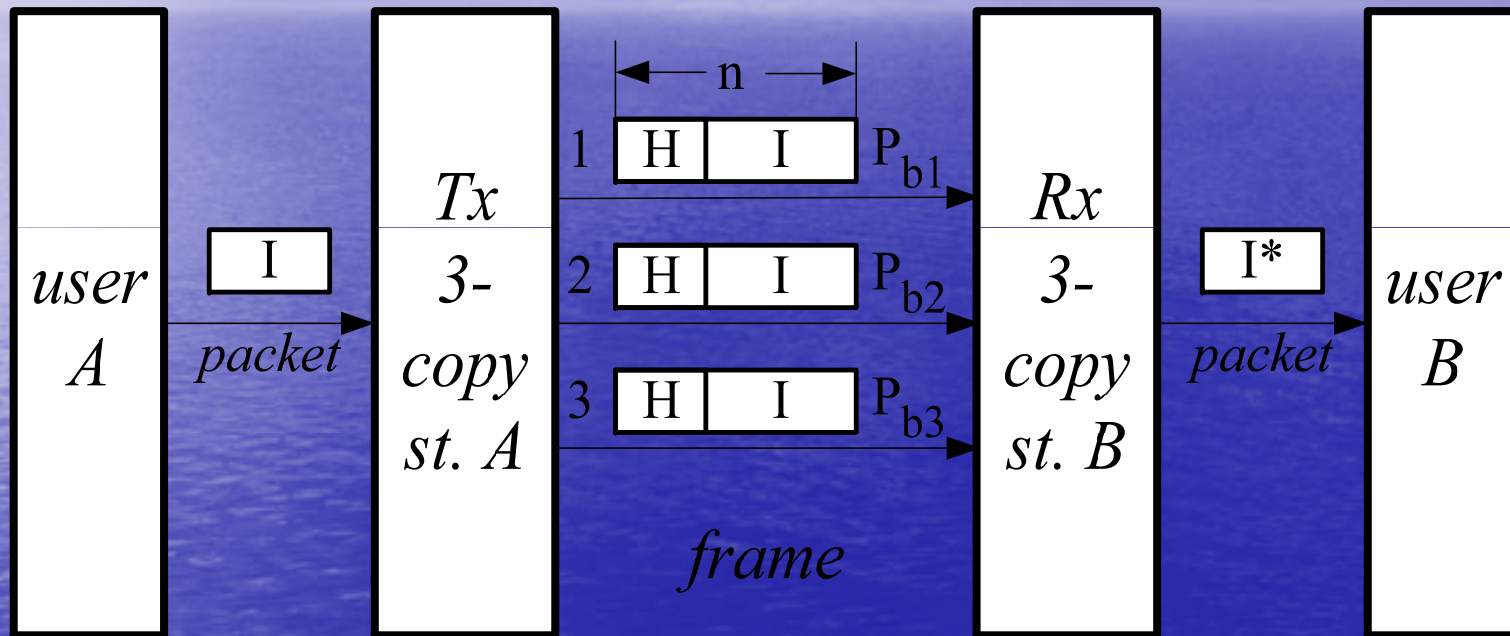
Cilj

- analitički izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa u slučaju prenosa paketa korišćenjem diverziti tehnike sa zaštitnim kodovanjem koje se bazira na majoritetnoj logici
- prenos se vrši preko tri nezavisna kanala sa različitim verovatnoćama grešaka

Redosled izlaganja

- model telekomunikacionog sistema sa tri nezavisna kanala
- oznake i pojmovi: elementarni i kompleksni događaji, multinomijalna raspodela
- analitički izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa
- prikaz rezultata
- zaključak
- spisak korišćene literature

Opis modela



Slika 1. Predloženi model telekomunikacionog sistema sa tri nezavisna kanala

Oznake i pojmovi

- **elementarni događaji** S_i ($i=0,1,2,\dots,7$) predstavljaju moguće kombinacije grešaka koje se pojavljuju na istim bitskim pozicijama prilikom prenosa tri kopije istog okvira
- **specifikacija elementarnih događaja**

indeks i el. događaja S_i	0	1	2	3	4	5	6	7
indikator $E(1,i)$ prvog kanala	0	1	0	0	1	1	0	1
indikator $E(2,i)$ drugog kanala	0	0	1	0	1	0	1	1
indikator $E(3,i)$ trećeg kanala	0	0	0	1	0	1	1	1

- **verovatnoća elementarnog događaja** S_i

$$p_i = \prod_{j=1}^3 P_{bj}^{E(j,i)} \cdot (1 - P_{bj})^{1-E(j,i)}$$

- **kompleksni događaj** $G(k_0, k_1, k_2, \dots, k_7)$ predstavlja skup svih kombinacija elementarnih događaja u kojima se elementarni događaji S_i pojavljuju k_i puta, pri čemu važi uslov $k_0 + k_1 + k_2 + \dots + k_7 = n$
- verovatnoća da se događaji S_0, S_1, \dots, S_7 pojave k_0, k_1, \dots, k_7 puta data je multinomijalnom raspodelom pri čemu je verovatnoća pojavljivanja elementarnih događaja p_0, p_1, \dots, p_7 , respektivno:

$$P(S_0 = k_0, S_1 = k_1, \dots, S_7 = k_7) = n! \cdot \prod_{i=0}^7 \frac{p_i^{k_i}}{k_i!}$$

- sumiranjem po $k_0, k_1, k_2, \dots, k_7$, izraz za verovatnoću kompleksnog događaja $G(k_0, k_1, k_2, \dots, k_7)$ postaje:

$$G(k_0, k_1, \dots, k_7) = \sum_{k_0 + k_1 + \dots + k_7 = n} P(S_0 = k_0, S_1 = k_1, \dots, S_7 = k_7) = (p_0 + p_1 + \dots + p_7)^n$$

Verovatnoća pogrešnog prenosa paketa

- verovatnoća pogrešnog prenosa paketa

$$P_h = 1 - (Q + R)$$

- Q i R označavaju verovatnoće dva međusobno isključiva seta događaja u kojima je prenos paketa uspešan

- skup Q sadrži sve kompleksne događaje za koje posle transmisije tri kopije okvira postoji najviše jedna greška na istoj bitskoj poziciji
- verovatnoća ovog skupa događaja se može napisati u obliku:

$$Q = G(k_0, k_1, k_2, k_3, 0, 0, 0, 0) = (p_0 + p_1 + p_2 + p_3)^n$$

- skup **R** sadrži sve kompleksne događaje za koje posle transmisije tri kopije okvira postoji jedna ispravna kopija i dvostruka greška na bar jednoj bitskoj poziciji
- verovatnoća ovog skupa događaja se može napisati u obliku:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

- gde je:

$$R_1 = G(k_0, 0, k_2, k_3, 0, 0, k_6^+, 0) = (p_0 + p_2 + p_3 + p_6)^n - (p_0 + p_2 + p_3)^n$$

$$R_2 = G(k_0, k_1, 0, k_3, 0, k_5^+, 0, 0) = (p_0 + p_1 + p_3 + p_5)^n - (p_0 + p_1 + p_3)^n$$

$$R_3 = G(k_0, k_1, k_2, 0, k_4^+, 0, 0, 0) = (p_0 + p_1 + p_2 + p_4)^n - (p_0 + p_1 + p_2)^n$$

- izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u slučaju majority combining (MC)

$$P_h = 1 - (1 - P_{b1}P_{b2} - P_{b2}P_{b3} - P_{b3}P_{b1} + 2 \cdot P_{b1}P_{b2}P_{b3})^n -$$

$$- (1 - P_{b1})^n \cdot \left[1 - (1 - P_{b2}P_{b3})^n \right] -$$

$$- (1 - P_{b2})^n \cdot \left[1 - (1 - P_{b3}P_{b1})^n \right] -$$

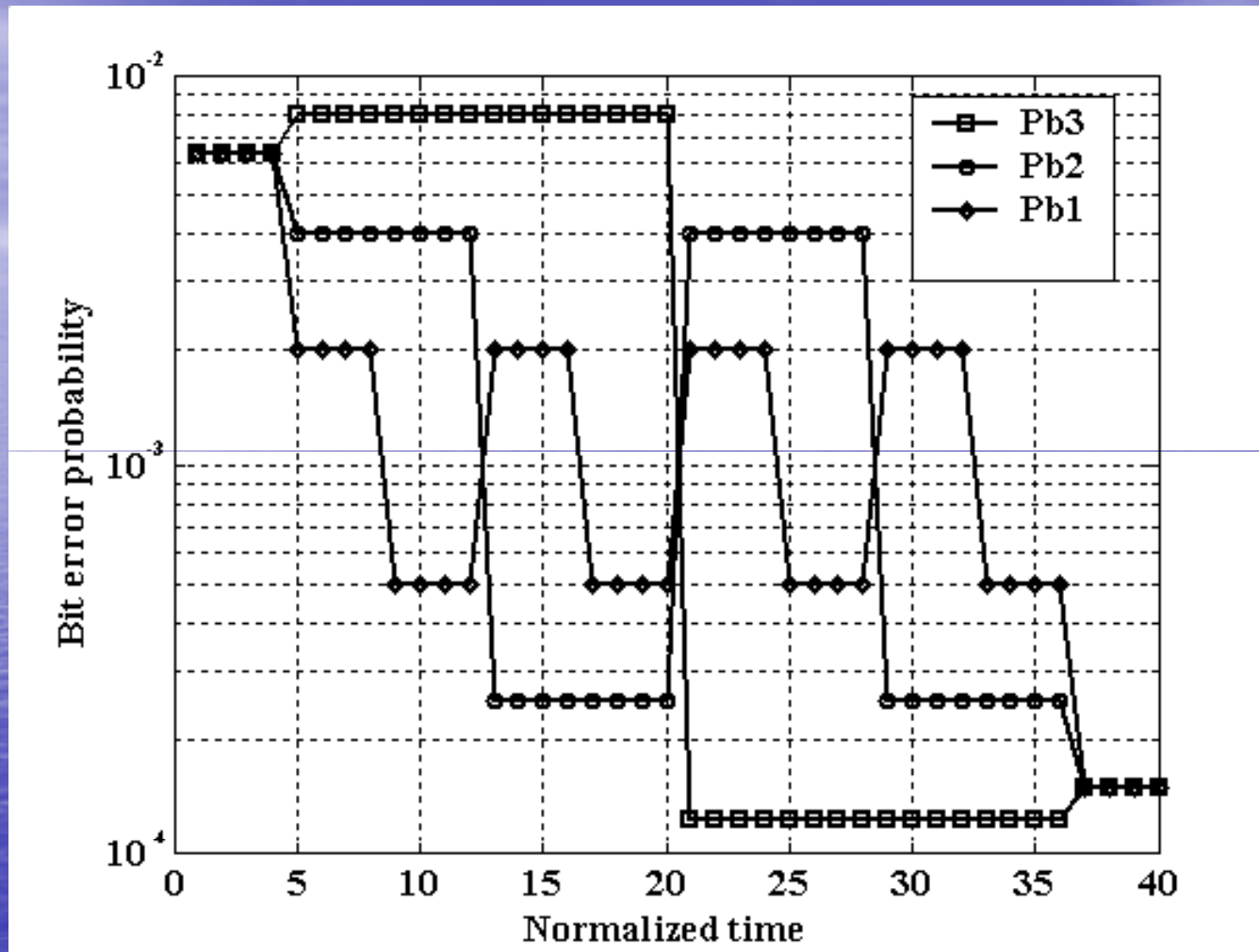
$$- (1 - P_{b3})^n \cdot \left[1 - (1 - P_{b1}P_{b2})^n \right]$$

- izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u slučaju selection combining (SC)

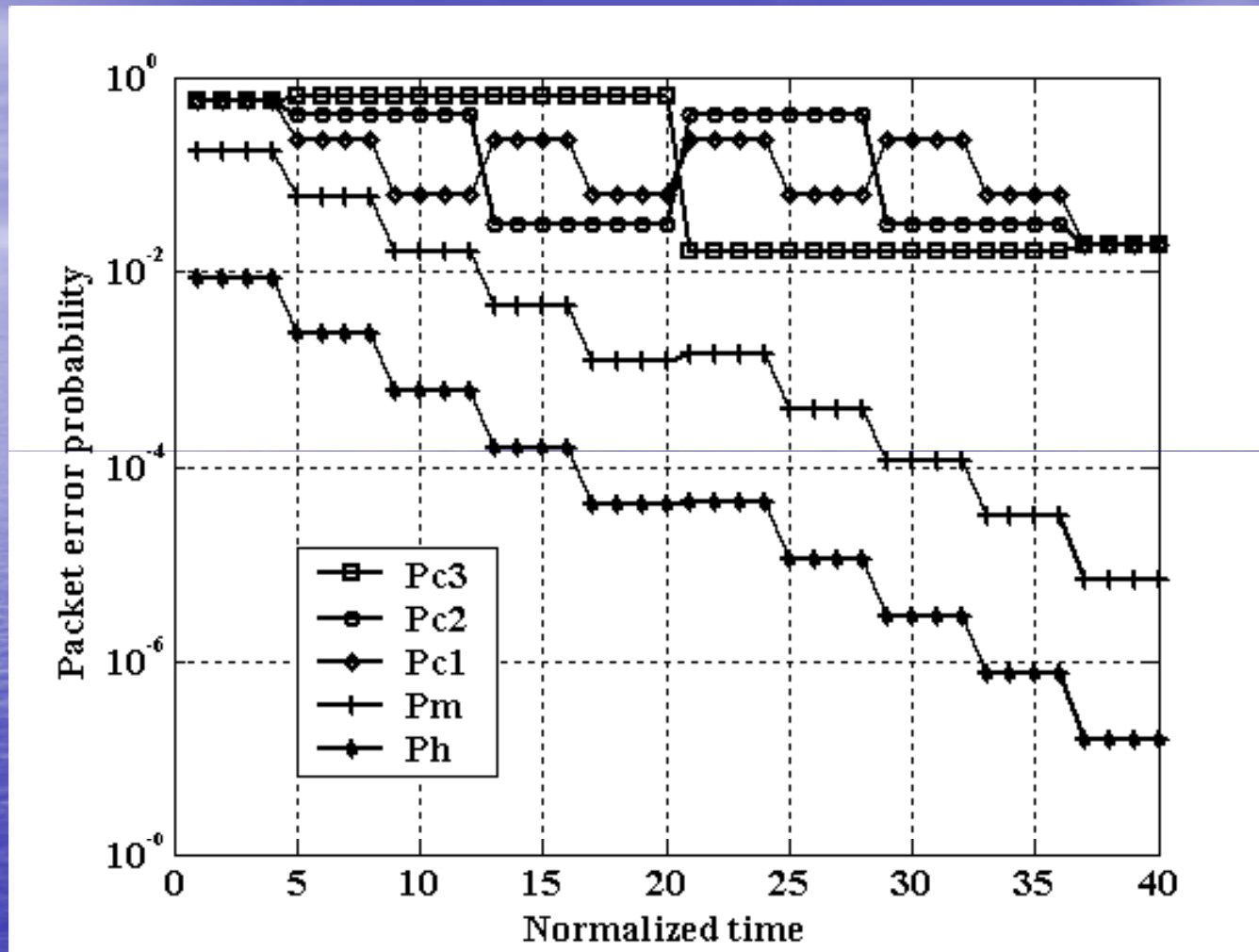
$$P_m = P_{c1} \cdot P_{c2} \cdot P_{c3} = [1 - (1 - P_{b1})^n] \cdot [1 - (1 - P_{b2})^n] \cdot [1 - (1 - P_{b3})^n]$$

Numerički primer

- odnos verovatnoća pogrešnog prenosa paketa u slučaju selection combininga i majority combining-a je dat u vidu jednog hipotetički primera u kome se verovatnoća greške po bitu u svakom od individualnih kanala menja duž vremenske ose
- na dijagramu je prikazana vremenska raspodela verovatnoće greške po bitu i odgovarajuća verovatnoća greške po paketu za svaki od individualnih kanala, kao i verovatnoća pogrešnog prenosa paketa u slučaju selection combining-a i majority combining-a
- odnos ovih verovatnoća je približno 40, pri dužini paketa $n=128$



Slika 3. Verovatnoća greške po bitu u individualnim kanalima



Slika 4. Verovatnoća pogrešnog prenosa paketa u individualnim kanalima i posle primene SC i MC tehnike

Zaključak

- aproksimacijom izraza za verovatnoće pogrešnog prenosa paketa u slučaju selection combining-a i majority combining-a, može se pokazati da je odnos ovih verovatnoća približno $n/3$, gde je n dužina paketa
- autori smatraju da će izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa naći primenu u analizi nekih interesantnih transmisionih šema baziranih na majority combining tehnikama sa tri nezavisna transmisiona kanala

Literatura

- [1] P. S. Sindhu, “Retransmission error control with memory,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM–25, no. 5, pp. 473–479, May 1977.
- [2] S. S. Chakraborty, E. Yli-Juuti, and M. Liinajarja, “An ARQ scheme with packet combining,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, no. 7, pp. 200–202, July 1998.
- [3] E. Masala, A. Servetti, and J. C. de Martin, “Standard compatible error correction for multimedia transmissions over 802.11 WLAN,” in *Proc. IEEE International Conference on Multimedia and Expo 2005, ICME 2005*, July 2005, pp. 880–883.
- [4] Y. Liang and S. S. Chakraborty, “ARQ and packet combining with post-reception selection”, in *Proc. 60th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference, IEEE VTC 2004-Fall, Los Angeles, CA, USA, Sept. 2004*, vol. 3, pp. 1835–1857.
- [5] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th ed. New York: Dover, 1970.



Kraj